

NGHIÊN CỨU VÀ ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU LQR CHO HỆ BALL AND BEAM

RESEARCHING AND APPLYING OPTIMAL LQR CONTROL METHOD FOR BALL AND BEAM SYSTEM

Đặng Ngọc Trung - Trần Thị Thanh Hải

Khoa Điện - Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp Thái Nguyên

TÓM TẮT

Hệ “Ball and Beam” còn gọi là “hệ cân bằng của quả bóng trên thanh đỡ”. Hệ thống này được sử dụng như một bài thí nghiệm ở hầu hết các trường đại học kỹ thuật trên thế giới vì nó khá gần gũi với các hệ thống điều khiển thực như việc ổn định cân bằng máy bay theo phương ngang khi hạ cánh dưới tác động nhiễu của các luồng khí. Trong bài báo này nghiên cứu và ứng dụng phương pháp điều khiển tối ưu LQR nhằm nâng cao chất lượng điều khiển ổn định vị trí cho hệ Ball and Beam.

Từ khóa: Điều khiển tối ưu, Điều khiển LQR, Điều khiển vị trí, Hệ ball and beam, Tối ưu dạng toàn phương.

ABSTRACT

The ball and beam system is also called ‘balancing a ball on a beam’. It can usually be found in most university control labs because it is generally linked to real control problems such as horizontally stabilizing an airplane during landing and in turbulent airflow. This paper researches and applies optimal LQR control method to improve quality stable position for ball and beam system.

Key word: Optimal control, LQR control, position control, ball and beam system, Optimal quadratic form.

1. Mở đầu

Hệ bóng và thanh đỡ được biết đến và sử dụng từ nhiều thập niên trước đây. Cho đến nay việc điều khiển hệ này đã đưa ra nhiều ứng dụng đặc biệt trong học tập và nghiên cứu. Mục đích của hệ thống là điều khiển vị trí của quả bóng trên thanh đỡ sao cho ổn định ở vị trí mong muốn dưới tác dụng của nhiễu bên ngoài. Hệ thống Ball and Beam (B&B) là một hệ điều khiển mà tín hiệu điều khiển có thể nhận được từ tín hiệu phản hồi vị trí của quả bóng qua các bộ cảm biến. Tín hiệu phản hồi được đưa tới bộ vi điều khiển qua đó xác định vị trí quả bóng và các thông số liên quan để đưa ra tín hiệu điều khiển, tín hiệu điều khiển này được đưa tới động cơ RC Servo sẽ điều khiển chính xác góc quay của động cơ. Từ đó, quả bóng sẽ đạt đến đúng vị trí mong muốn. Một điều tất nhiên là hệ thống ban đầu của chúng ta là hệ hở, phi tuyến và không ổn định. Để giải quyết vấn đề không ổn định, ta cần sử dụng một mạch

phản hồi. Ngoài ra, ta cần xem xét đến điều kiện có thể tuyến tính hóa được hệ nếu thanh đỡ chỉ dao động với một góc (θ) tương đối nhỏ ($-30 \leq \theta \leq 30$).

Nếu góc θ lớn hơn giá trị trên thì kết quả thu được từ phương pháp xấp xỉ tuyến tính sẽ không còn chính xác. Trong trường hợp đó bắt buộc ta phải dùng đến các phương pháp điều khiển phi tuyến.

Hệ B&B đã được rất nhiều cá nhân và tổ chức trên thế giới nghiên cứu và đã có những thành công như: Năm 2005 Arroyo đã xây dựng hệ thống có tên “ Quả bóng cân bằng trên thanh đỡ”. Hệ thống sử dụng một cảm biến điện trở dây để xác định vị trí của quả bóng, tín hiệu từ cảm biến được xử lý qua card DSP xuất tín hiệu điều khiển động cơ một chiều thông qua hộp giảm tốc, hệ thống này sử dụng luật điều khiển PID. Năm 2006 Quanser tạo ra mẫu “bóng và thanh dầm” với hệ điều khiển PID. Năm 1999 với tên hệ thống “Bóng trên thanh trượt” đã được xây dựng bởi Hirsch, hệ thống này đã sử dụng cảm biến siêu âm để đo vị trí quả

bóng và dùng triết áp để điều chỉnh góc quay của thanh đỡ với luật điều khiển PD...

Trong bài báo này giới thiệu thêm một phương pháp điều khiển tối ưu LQR cho hệ B&B nhằm đưa ra phương pháp điều khiển đơn giản và đảm bảo được ổn định vị trí tốt nhất.

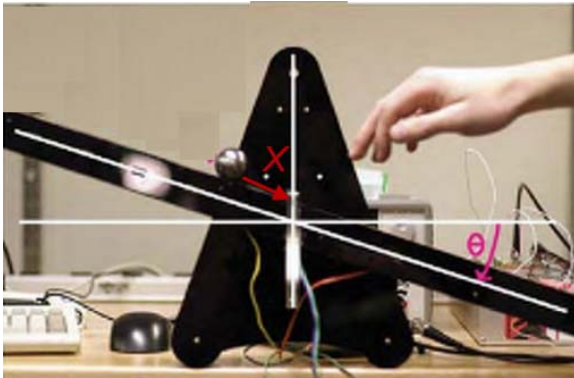
2. Phân tích và tuyến tính hóa hệ B&B

2.1. Phương trình toán học của hệ Ball and Beam.

Giả sử hệ Ball and Beam có dạng mô hình như trong hình 1. Trong đó:

x : là khoảng cách từ vị trí của quả bóng đến điểm giữa của thanh.

θ : là góc hợp bởi thanh trượt và trục nằm ngang.



Hình 1. Mô hình hệ Ball and Beam

ngoài lên
chời vị trí
bằng) 1
n đưa tín
r đó tổng
ng cơ nổi
g cơ quay
quả bóng
của hệ

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{u - 2m x \dot{x} \dot{\theta} - m g x \cos \theta}{J_B + m x^2} \\ \ddot{x} = \frac{m x \dot{\theta}^2 - m g \sin \theta}{\frac{J}{R^2} + m} \end{cases} \quad (1)$$

Trong đó:

m : khối lượng của quả bóng

g : gia tốc trọng trường

J_B : mô men quán tính của thanh

J : mô men quán tính của quả bóng

R : bán kính của quả bóng

$\dot{\theta}$: vận tốc góc quay của thanh trượt

\dot{x} : vận tốc quả bóng

2.2. Tuyến tính hóa hệ Ball and Beam

Từ (1) đặt: $X^T = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}] = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$

Khi đó ta có hệ sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 = f_1(X, u) \\ \dot{x}_2 = \frac{m x_1 x_4^2 - m g \sin x_3}{\frac{J}{R^2} + m} = f_2(X, u) \\ \dot{x}_3 = x_4 = f_3(X, u) \\ \dot{x}_4 = \frac{u - 2m x_1 x_2 x_4 - m g x_1 \cos x_3}{J_B + m x_1^2} = f_4(X, u) \end{cases} \quad (2)$$

Nhận thấy hệ phương trình trên là hệ phi tuyến với:

$$X^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$$

$$F^T = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4]$$

Yêu cầu đặt ra lúc này ta cần phải tuyến tính hóa gần đúng hệ (2), từ đó sẽ cho phép ta ứng dụng được các phương pháp điều khiển tuyến tính hiện nay, giúp cho việc tổng hợp bộ điều khiển cho hệ Ball and Beam sẽ đơn giản và hiệu quả hơn.

Chọn điểm làm việc xác lập là vị trí điểm giữa của thanh trượt, khi đó:

$x = 0$: Bóng nằm giữa thanh

$\dot{x} = 0$: Bóng đứng yên

$\theta = 0$: Thanh nằm ngang

$\dot{\theta} = 0$: không có mô men tác động (hay tín hiệu điều khiển $u = 0$).

Hệ phi tuyến sẽ được đưa về dạng tuyến tính:

$\dot{X} = f(X, u) \longrightarrow \dot{X} = AX + BU$

Trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} & \frac{\partial f_2}{\partial u} & \frac{\partial f_3}{\partial u} & \frac{\partial f_4}{\partial u} \end{bmatrix}$$

với: $X = 0$; $u = 0$

3. Điều khiển tối ưu hệ tuyến tính với chỉ tiêu chất lượng dạng toàn phương - Điều khiển tối ưu LQR

Xét hệ thống có tác động ngoài ($u \neq 0$):

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3)$$

Chúng ta cần tìm ma trận K của vector điều khiển tối ưu:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (4)$$

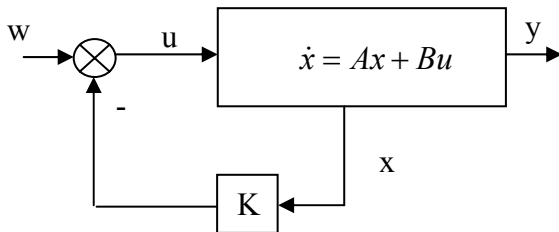
thỏa mãn chỉ tiêu chất lượng J đạt giá trị cực tiểu:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (5)$$

Trong đó Q là ma trận xác định dương (hoặc bán xác định dương), R là ma trận xác định dương.

Ma trận K tối ưu được xác định từ phương trình Riccati có dạng:

$$K = R^{-1} B^T P$$



Hình 2. Cấu trúc điều khiển phản hồi trạng thái

Như vậy, luật điều khiển tối ưu cho bài toán điều khiển tối ưu dạng toàn phương với chỉ tiêu chất lượng là phương trình tuyến tính và có dạng:

$$u(t) = -K(t)x(t) = -R^{-1} B^T P x(t)$$

Ma trận P khi đó phải thỏa mãn phương trình:

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1} B^T P = \dot{P} \quad (6)$$

Phương trình (6) được gọi là phương trình Riccati.

Khi S không thay đổi theo thời gian $\dot{P} = 0$, ta có phương trình đại số Riccati (ARE: Algebraic Riccati Equation):

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1} B^T P = 0 \quad (7)$$

4. Ứng dụng luật điều khiển tối ưu LQR cho hệ Ball and Beam

4.1. Các thông số của hệ Ball and Beam

Khối lượng quả bóng: $m=0.1$ kg

Mô men quán tính của bóng: $J=10^{-5}$ (N/m)

Bán kính của quả bóng: $R=0.015$ m

Mô men quán tính thanh: $J_B=0.05$ (N/m)

Gia tốc trọng trường: $g = 9.81$

Xét tại điểm làm việc xác lập ($X=0$ và $u=0$) dựa vào phần mềm Matlab tính toán khi đó các ma trận A và B có giá trị sau:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6.7915 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -19.62 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0; 0; 0; 20]$$

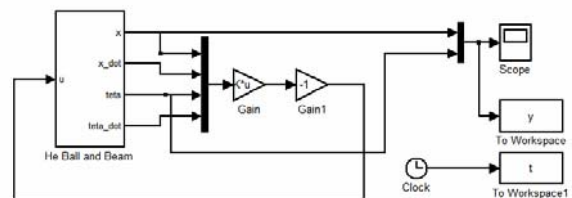
Giả sử lựa chọn ma trận Q và R trong hàm mục tiêu J như sau:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; R = 10$$

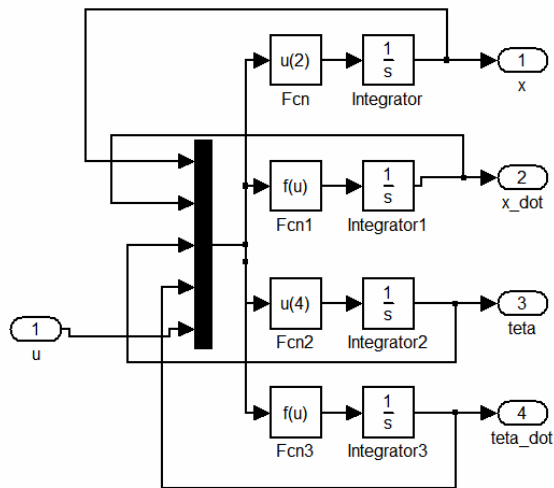
Khi đó ta tính được ma trận K thông qua phần mềm Matlab:

$$K = \text{lqr}(A, B, Q, R) = [-2.0117 \quad -0.9223 \quad 2.4733 \quad 0.5893]$$

4.2. Kết quả mô phỏng điều khiển tối ưu LQR cho hệ Ball and Beam.



Hình 3. Ứng dụng điều khiển LQR cho hệ Ball and Beam



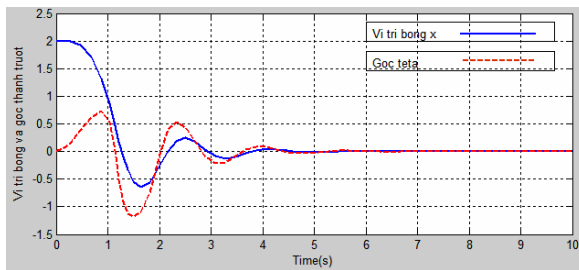
Hình 4. Hệ Ball and Beam

Kết quả mô phỏng:

+ Trường hợp 1:

$$x = 20(\text{cm}); \dot{x} = 0.01(\text{cm} / \text{s});$$

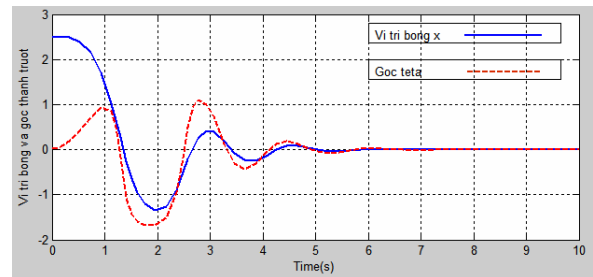
$$\theta = 10^\circ; \dot{\theta} = -0.01(\text{rad} / \text{s})$$



+ Trường hợp 2:

$$x = 25(\text{cm}); \dot{x} = 0.03(\text{cm} / \text{s});$$

$$\theta = 20^\circ; \dot{\theta} = -0.02(\text{rad} / \text{s})$$



4.3. Nhận xét:

Qua kết quả mô phỏng cho thấy bộ điều khiển tối ưu LQR cho thấy tính ổn định của bộ điều khiển giúp cho vị trí bóng dưới tác động của lực bên ngoài lên thanh trượt luôn có xu hướng trở về vị trí cân bằng ($x = 0$). Tuy nhiên nếu lực tác động lớn sẽ làm bóng bật khỏi vị trí cân bằng và không thể quay trở lại. Vì vậy dải dịch chuyển của bóng trên thanh trượt cũng là yếu tố cần quan tâm trong quá trình điều khiển.

Tài liệu tham khảo

- [1] Huỳnh Thái Hoàng: "Hệ thống điều khiển thông minh", Nhà xuất bản Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh, 2006.
- [2] N.D.Phước, P.X.Minh, H.T.Trung: "Lý thuyết điều khiển phi tuyến". NXB KH và KT, Hà nội, 2003.
- [3] Ng.Ph.Quang: "Matlab & Simulink dành cho kỹ sư điều khiển tự động". NXB KH và KT, Hà nội, 2004
- [4] Nguyễn Phương Hà: "Lý thuyết điều khiển hiện đại" Nhà xuất bản Đại học QG TP Hồ Chí Minh, 2008.